第 32 届全国中学生物理竞赛预赛试卷

参考解答与评分标准

一、选择题.

本题共 5 小题,每小题 6 分. 在每小题给出的 4 个选项中,有的小题只有一项符合题意,有的小题有多项符合题意. 把符合题意的选项前面的英文字母写在每小题后面的方括号内. 全部选对的得 6 分,选对但不全的得 3 分,有选错或不答的得 0 分.

1. [D];　　2. [D];　　3. [BD];　　4. [A];　　5. [C]

二、填空题. 把答案填在题中的横线上. 只要给出结果,不需写出求得结果的过程.

6. (10 分)

答案: 6N　3 分

0.1　3 分

24J　4 分

7. (10 分)

答案: (1)2:1　3 分;　8N　3 分

(2)2:3:4　4 分

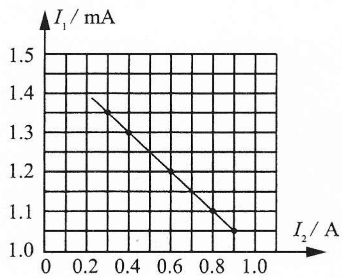
8. (10 分)

答案: $\dfrac{M_S}{(R+x)^2}+\dfrac{M_E}{x^2}=\dfrac{M_S}{R^3}(R+x)$　6 分

$\left(\dfrac{M_E}{3M_S}\right)^{1/3}R$　4 分

9. (10 分)

答案: (1) $I_1 \sim I_2$图线为



4 分

(2) 3.0(±0.1)　3 分;　1.0(±0.1)　3 分

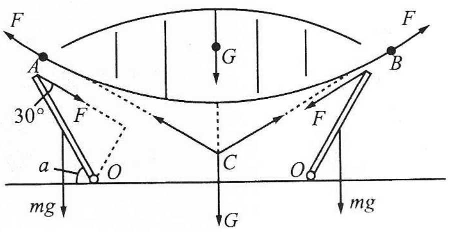
10. (10 分)

答案: $\dfrac{hc(\lambda_0-\lambda)}{\lambda\lambda_0}$　5 分;　$\dfrac{Rhc(\lambda_0-\lambda)}{ke\lambda\lambda_0}$　5 分

三．计算题．

计算题的解答应写出必要的文字说明、方程式和重要的演算步骤，只写出最后结果的不能得分．有数值计算的，答案中必须明确写出数值和单位．

11. (20 分) 设斜壁长度为 l，斜壁对钢索的拉力大小为 F，斜壁与水平地面所夹锐角为 α. 由力矩平衡条件得



$$F\frac{l}{2}=mg\frac{l}{2}\cos\alpha \qquad ①$$

钢索与屋面作为一个整体受到三个力：两端的拉力大小均为 F（与水平方向的夹角为 $\alpha-30°$），竖直向下的重力 $\frac{1}{2}mg$. 由力的平衡条件得

$$2F\sin(\alpha-30°)=\frac{1}{2}mg \qquad ②$$

由①②式得

$$\cos\alpha\sin(\alpha-30°)=\frac{1}{4} \qquad ③$$

由三角中的积化和差公式有

$$\frac{1}{2}[\sin(\alpha-30°-\alpha)+\sin(\alpha-30°+\alpha)]=\frac{1}{4}$$

即
$$\sin(2\alpha-30°)=1 \qquad ④$$

解得
$$\alpha=60° \qquad ⑤$$

由①⑤式得
$$F=\frac{1}{2}mg \qquad ⑥$$

评分参考：①②式各 4 分，③④⑤⑥式各 3 分.

12. (20 分) 以质点 a 的初始位置为原点，向右为 x 轴正向，向上为 y 轴正向. 设 a 的初速度 x 和 y 分量分别为 v_x 和 v_y. 按抛体运动公式，在时刻 t 质点 a、b、c 的坐标分别为

$$(x_a,y_a)=(v_xt,v_yt-\frac{1}{2}gt^2) \qquad ①$$

$$(x_b,y_b)=(l_1,v_0t-\frac{1}{2}gt^2) \qquad ②$$

$$(x_c,y_c)=(l_1+l_2,v_ct-\frac{1}{2}gt^2) \qquad ③$$

a 与 b 相碰的条件是，存在时刻 t_1，使满足

$$v_xt_1=l_1 \qquad ④$$

$$v_yt_1-\frac{1}{2}gt_1^2=v_0t_1-\frac{1}{2}gt_1^2 \qquad ⑤$$

$$v_0t_1-\frac{1}{2}gt_1^2\geq0 \qquad ⑥$$

⑥式来自于水平地面对质点 y 坐标的限制．由④⑤⑥式得

$$v_y = v_0 \quad ⑦$$

$$v_x \geq g\frac{l_1}{2v_0} \quad ⑧$$

由于 a 与 b 碰撞时间极短，可忽略重力的影响．在 a 与 b 碰撞前后，系统的动量和能量守恒

$$m_a v_x = m_a v'_x + m_b v'_{bx} \quad ⑨$$

$$m_a v_y(t_1) + m_b v_{by}(t_1) = m_a v'_y(t_1) + m_b v'_{by}(t_1) \quad ⑩$$

$$\frac{1}{2}m_a[v_x^2 + v_y^2(t_1)] + \frac{1}{2}m_b v_{by}^2(t_1) = \frac{1}{2}m_a[v'^2_x + v'^2_y(t_1)] + \frac{1}{2}m_b[v'^2_{bx} + v'^2_{by}(t_1)] \quad ⑪$$

式中，碰后的有关速度用打撇的字母表示．由题意，可认为 $m_b = 0$．将 $m_b = 0$ 代入⑨⑩⑪式得

$$v_x = v'_x, \quad v_y(t_1) = v'_y(t_1) \quad ⑫$$

可见，质点 b 的运动对质点 a 的运动的影响可忽略．

同理，a 与 c 相碰的条件是，存在时刻 t_2，使满足

$$v_x t_2 = l_1 + l_2 \quad ⑬$$

$$v_y t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 = v_c t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 \quad ⑭$$

$$v_c t_2 - \frac{1}{2}gt_2^2 \geq 0 \quad ⑮$$

由⑬⑭⑮式得

$$v_c = v_y \quad ⑯$$

$$v_x \geq g\frac{l_1 + l_2}{2v_c} \quad ⑰$$

由⑦⑧⑫⑬式得，质点 c 的初速度 v_c 为

$$v_c = v_0 \quad ⑱$$

质点 a 的初速度应满足的条件为

$$v_x \geq g\frac{l_1 + l_2}{2v_0} \quad ⑲$$

$$v_y = v_c = v_0 \quad ⑳$$

评分参考：①②③式各 2 分，④⑤⑥⑦⑧⑫⑬⑭⑮⑯⑰⑱⑲⑳各 1 分．

13.（20 分）

设此半导体单位体积内有 n 个自由电子（因此也有 n 个空穴），以 S 表示此半导体的横截面积，v_1 和 v_2 分别表示半导体中空穴和自由电子的定向移动速率，I_1 和 I_2 分别表示半导体中空穴和自由电子定向移动形成的电流，则

$$I_1 = nev_1 S \quad ①$$

$$I_2 = nev_2 S \quad ②$$

半导体中的总电流为

$$I = I_1 + I_2 \quad ③$$

由此得

$$n=\frac{I}{ev_1S+ev_2S} \quad ④$$

由题意知，此半导体单位体积内有 n 个硅原子释放出自由电子.

单位体积半导体硅内的原子个数为

$$N=\frac{\rho}{M}N_0 \quad ⑤$$

式中 ρ 和 M 分别为硅的密度和摩尔质量，$N_0=6.02\times10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}$ 是阿伏伽德罗常数. 由④⑤式得

$$\frac{n}{N}=\frac{IM}{\rho eN_0S\ (v_1+v_2)} \quad ⑥$$

代入有关数据得

$$\frac{n}{N}=1\times10^{-5} \quad ⑦$$

即此半导体材料中，平均约 1×10^5 个硅原子释放出一个自由电子.

评分参考：①②式各 4 分，③式 3 分，④式 2 分，⑤式 3 分，⑥⑦式各 2 分.

14. (20 分)

(1) 设电子做圆周运动的圆轨道上的磁感应强度大小为 B，方向与环面垂直. 由牛顿第二定律和洛伦兹力公式得

$$evB=m\frac{v^2}{R} \quad ①$$

设在圆轨道切线方向作用在电子上作用力为 F，按照动量定理有

$$F\Delta t=\Delta(mv) \quad ②$$

由①②式得

$$F=eR\frac{\Delta B}{\Delta t} \quad ③$$

(2) 按照法拉第电磁感应定律，在电子运动的圆轨道上的感应电动势为

$$\xi=\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \quad ④$$

式中圆轨道所张的面上的磁通量 ϕ 为

$$\phi=\pi R^2\overline{B} \quad ⑤$$

这里，$\overline{B}$ 为圆轨道所张的面上的平均磁感应强度. 由④⑤式得

$$\xi=\pi R^2\frac{\Delta\overline{B}}{\Delta t} \quad ⑥$$

考虑电子运行一圈感应电场所做的功，由电动势的定又可得

$$\xi=2\pi RE \quad ⑦$$

电子在圆轨道切向所受到的力为

$$F=qE \quad ⑧$$

由⑥⑦⑧式得，

$$F=\frac{1}{2}eR\frac{\Delta\overline{B}}{\Delta t} \quad ⑨$$

（3）③和⑨式所表示的是同样的力的大小．联立③⑨式得

$$\frac{\Delta B}{\Delta t}=\frac{1}{2}\ \frac{\Delta \overline{B}}{\Delta t} \qquad ⑩$$

这就是为了使电子在不断增强的磁场中沿着半径不变的圆轨道加速运动，$\frac{\Delta B}{\Delta t}$和$\frac{\Delta \overline{B}}{\Delta t}$之间必须满足的定量关系．

评分参考：第（1）问 6 分，①②③式各 2 分；第（2）问 10 分，④⑤⑦⑧⑨式各 2 分；第（3）问 4 分，⑩式 4 分．

15．（20 分）

（1）平衡时气缸 A、B 内气体的压强相等，故

$$\frac{m_A g}{S_A}=\frac{m_B g}{S_B} \qquad ①$$

由①式和题给条件得

$$S_A : S_B = 2 : 1 \qquad ②$$

（2）两活塞上各放一质量为 $2m$ 的质点前，气体的压强 p_1 和体积 V_1 分别为

$$p_1=\frac{2mg}{S_A}=\frac{mg}{S_B} \qquad ③$$

$$V_1=\frac{3}{2}S_B h \qquad ④$$

两活塞上各放一质量为 $2m$ 的质点后，B 中活塞所受到的气体压力小于它和质点所受重力之和，B 中活塞将一直下降至气缸底部为止，B 中气体全部进入气缸 A．假设此时气缸 A 中活塞并未上升到气缸顶部，气体的压强 p_2 为

$$p_2=\frac{4mg}{S_A}=\frac{2mg}{S_B} \qquad ⑤$$

设平衡时气体体积为 V_2．由于初态末态都是平衡态，由理想气体状态方程有

$$\frac{p_1 V_1}{T_0}=\frac{p_2 V_2}{T_0} \qquad ⑥$$

由③④⑤⑥式得

$$V_2=\frac{3}{4}S_B h=\frac{3}{8}S_A h \qquad ⑦$$

这时气体的体积小于气缸 A 的体积，与活塞未上升到气缸顶部的假设一致．

缓慢加热时，气体先等压膨胀，B 中活塞不动，A 中活塞上升；A 中活塞上升至顶部后，气体等容升压；压强升至$\frac{3mg}{S_B}$时，B 中活塞开始上升，气体等压膨胀．设当温度升至 T 时，该活塞恰位于$\frac{h}{2}$处．此时气体的体积变为

$$V_3=\frac{5}{2}S_B h \qquad ⑧$$

气体压强

$$p_3=\frac{3mg}{S_B} \qquad ⑨$$

设此时气缸内气体的温度为 T，由状态方程有

$$\frac{p_2V_2}{T_0}=\frac{p_3V_3}{T} \tag{⑩}$$

由⑤⑦⑧⑨⑩式得

$$T=5T_0 \tag{⑪}$$

（3）升高恒温槽的温度后，加热过程中，A 活塞上升量为

$$h-\frac{3}{8}h=\frac{5}{8}h \tag{⑫}$$

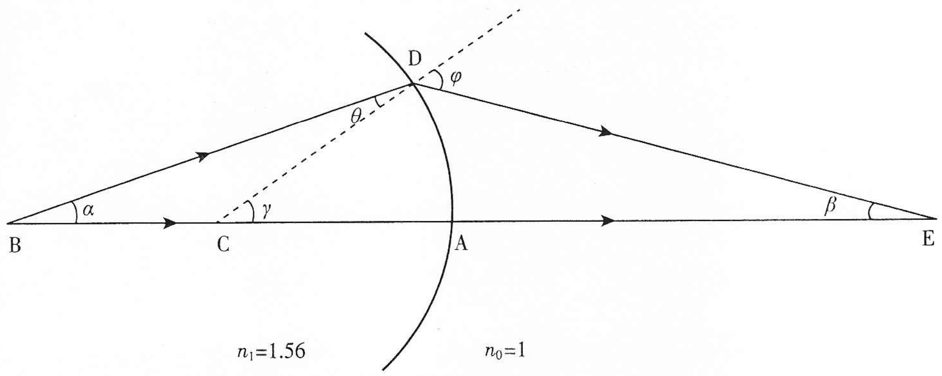
气体对活塞所做的总功为

$$W=4mg\cdot\frac{5}{8}h+3mg\cdot\frac{1}{2}h=4mgh \tag{⑬}$$

评分参考：第（1）问 3 分，①式 2 分，②式 1 分；第（2）问 13 分，③④⑤⑥式各 2 分，⑦⑧⑨⑩⑪式各 1 分；第（3）问 4 分，⑫⑬式各 2 分.

16.（20 分）

（1）容器底部凸面两侧介质的折射率分别是 $n_1=1.56$ 和 $n_0=1.0$. 如图，由 B 点发出的经过球心 C 的光线 BA 经过顶点 A 后，方向不变，进入空气中；由 B 点发出的与 BA 成 α 角的另一条光线 BD 在 D 点折射，设折射角为 φ，并与前一条出射光线交于 E 点，E 点即 B 点的像点的位置.



由折射定律和几何关系得

$$n_1\sin\theta=n_0\sin\varphi \tag{①}$$

$$\gamma=\alpha+\theta \tag{②}$$

$$\varphi=\gamma+\beta \tag{③}$$

在三角形 BCD 和三角形 CDE 中，由正弦定理可得

$$\frac{\overline{CD}}{\sin\alpha}=\frac{\overline{BC}}{\sin\theta} \tag{④}$$

$$\frac{\overline{CD}}{\sin\beta}=\frac{\overline{CE}}{\sin\varphi} \tag{⑤}$$

由于只考虑近轴光线成像，所以 α、β、θ、φ 都是小角度，①④⑤式可写为

$$n_1\theta = n_0\varphi \quad ⑥$$

$$\theta\,\overline{CD} = \alpha\,\overline{BC} \quad ⑦$$

$$\varphi\,\overline{CD} = \beta\,\overline{CE} \quad ⑧$$

由⑥⑦式可得

$$\alpha+\theta=\varphi\left(1+\frac{\overline{CD}}{\overline{BC}}\right)\frac{n_0}{n_1}=0.82\varphi<\varphi \quad ⑨$$

所考虑的光线是会聚的，故所成的像为实像. 由②③⑥⑦⑧式可得

$$\overline{CE}=\frac{\varphi}{\beta}\overline{CD}=\frac{1}{1-\dfrac{n_0}{n_1}-\dfrac{\overline{CD}}{\overline{BC}}\dfrac{n_0}{n_1}}\overline{CD}$$

将题给数据代入上式得

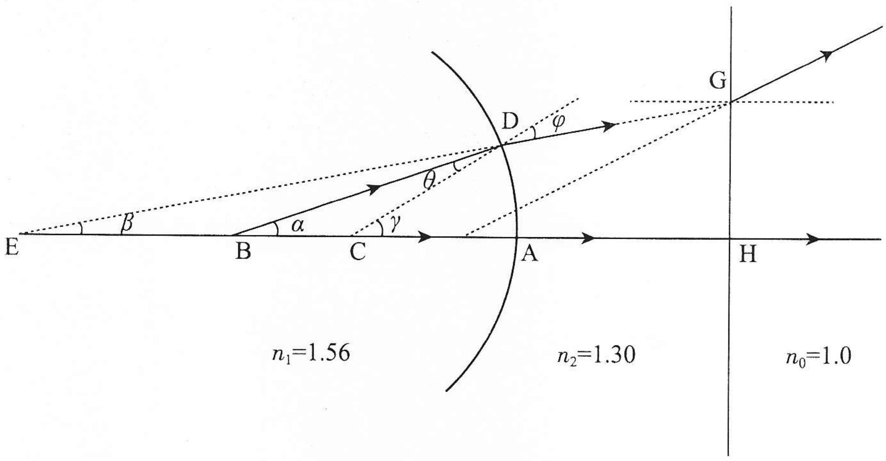
$$\overline{CE}=\frac{1}{1-\dfrac{1}{1.56}-\dfrac{1.75}{8.0-1.75}\dfrac{1}{1.56}}1.75\text{cm}=9.75\text{cm} \quad ⑩$$

由⑨式和题给数据得

$$\overline{BE}=\overline{BA}-\overline{AC}+\overline{CE}=(8.0-1.75+9.75)\text{cm}=16.0\text{cm} \quad ⑩$$

B 点发出的光线通过平凸玻璃柱，在玻璃柱对称轴上所成的像点的位置在 C 点正上方 9.75cm 处或在 B 点正上方 16.0cm 处.

（2）容器底部凸面两侧介质的折射率分别是 $n_1=1.56$ 和 $n_2=1.30$. 如图，由 B 点发出的经过球心 C 的光线 BA 经过顶点 A 后，方向不变，进入液体中；由 B 点发出的与 BA 成 α 角的另一条光线 BD 在 D 点折射，设折射角为 φ，并与前一条出射光线交 E 点，E 点即 B 点发出的光线第一次折射后所成像点的位置.



由折射定律和几何关系可得

$$n_1\sin\theta = n_2\sin\varphi \tag{11}$$

$$\gamma = \alpha + \theta \tag{12}$$

$$\gamma = \varphi + \beta \tag{13}$$

在三角形 BCD 和三角形 CDE 中，由正弦定理可得

$$\frac{\overline{CD}}{\sin\alpha} = \frac{\overline{BC}}{\sin\theta} \tag{14}$$

$$\frac{\overline{CD}}{\sin\beta} = \frac{\overline{CE}}{\sin\varphi} \tag{15}$$

只考虑近轴光线，α、β、θ、φ 都是小角度，⑪⑭⑮式可写为

$$n_1\theta = n_2\varphi \tag{16}$$

$$\theta\,\overline{CD} = \alpha\,\overline{BC} \tag{17}$$

$$\varphi\,\overline{CD} = \beta\,\overline{CE} \tag{18}$$

由⑯⑰式可得

$$\alpha + \theta = \varphi\left(1 + \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}}\right)\frac{n_2}{n_1} = 1.07\varphi > \varphi \tag{19}$$

所考虑的光线是发散的，故所成的像为虚像. 由⑫⑬⑯⑰⑱式得

$$\overline{CE} = \frac{\varphi}{\beta}\overline{CD} = \frac{1}{\frac{n_2}{n_1} + \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}}\frac{n_2}{n_1} - 1}\overline{CD}$$

将有关数据代入上式可得：

$$\overline{CE} = \frac{1}{\frac{1.30}{1.56} + \frac{1.75}{8.0 - 1.75}\frac{1.30}{1.56} - 1}1.75\text{cm} = 26.25\text{cm} \tag{20}$$

由⑲式和题给数据得

$$\overline{BE} = \overline{AC} + \overline{CE} - \overline{AB} = (1.75 + 26.25 - 8.0)\text{cm} = 20.0\text{cm} \tag{20}$$

B 点发出的光线通过平凸玻璃柱，第一次折射后所成的像点的位置在 C 点正下方 26.25cm 处或在 B 点正下方 20.0cm 处.

评分参考：第（1）问 10 分，①②③④⑤⑥⑦⑧⑨⑩式各 1 分；

第（2）问 10 分，⑪⑫⑬⑭⑮⑯⑰⑱⑲⑳式各 1 分.