

小学希望杯第 2 试模拟卷 (二)

一、填空题 (每小题 5 分, 共 60 分)

1. 计算: $\frac{1}{2} + \frac{5}{6} + \frac{11}{12} + \frac{19}{20} + \cdots + \frac{9899}{9900} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【考点】分数裂项

【答案】 $98\frac{1}{100}$

【解析】

$$\begin{aligned} \text{原式} &= (1 - \frac{1}{2}) + (1 - \frac{1}{6}) + (1 - \frac{1}{12}) + (1 - \frac{1}{20}) + \cdots + (1 - \frac{1}{9900}) \\ &= 99 - (\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \cdots + \frac{1}{99 \times 100}) \\ &= 99 - (1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}) \\ &= 98\frac{1}{100} \end{aligned}$$

2. 假设式子 $a^{\#}a \times b$ 表示经过计算后, a 的值变为原来 a 与 b 的值的积, 而式子 $b^{\#}a - b$ 表示经过计算后, b 的值为原来 a 与 b 的值的差. 设开始时 $a=2, b=2$, 依次进行计算 $a^{\#}a \times b, b^{\#}a - b, a^{\#}a \times b, b^{\#}a - b$, 则计算结束时, a 与 b 的和是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【考点】定义新运算

【答案】14

【解析】第 1 次计算后, $a = 2 \times 2 = 4$; 第 2 次计算后, $b = 4 - 2 = 2$; 第 3 次计算后, $a = 4 \times 2 = 8$; 第 4 次计算后, $b = 8 - 2 = 6$. 此时 $a + b = 8 + 6 = 14$.

3. 76355 除以一个数, 商是 37, 并且除数与余数的差是 139, 除数是 $\underline{\hspace{2cm}}$, 余数是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【考点】带余除法

【答案】除数是 2013; 余 1874

【解析】设除数是 a , 则余数是 $a - 139$, $37a + a - 139 = 76355$, $a = 2013$.

4. 三个小组救灾捐款, 一组捐款数是另外两组捐款数的 $\frac{2}{3}$, 二组捐款数是另外两组捐款数的 $\frac{3}{5}$, 三小组比二小组少捐 72 元, 三个小组共捐款 $\underline{\hspace{2cm}}$ 元.

【考点】比例分数应用题

【答案】480

【解析】

$$\begin{aligned} 1 \text{ 组: } 2 \div (2+3) &= \frac{2}{5}, \quad 2 \text{ 组: } 3 \div (3+5) = \frac{3}{8}, \quad 3 \text{ 组: } 1 - \frac{2}{5} - \frac{3}{8} = \frac{9}{40} \\ 72 \div (\frac{3}{8} - \frac{9}{40}) &= 480 (\text{元}) \end{aligned}$$

5. 从披萨饼店到我家的路上, 每隔 450 米就有一个信号灯, 灯的颜色总是按照绿色 35 秒, 黄 5 秒, 红 35 秒这样的顺序重复的变换, 饼店的小伙子一直以每小时 54 千米的速度骑摩托车送饼, 他的运气特别好, 信号灯总是在他临到的那一瞬间变绿了, 使他能够顺利通过, 当他原路返回时, 如果也能那么巧的在临到的

那一瞬间赶上绿灯的话，他驾驶摩托车的最快速度是每小时_____千米.

【考点】简单行程问题

【答案】36

【解析】54千米/时=15米/秒，从一个信号灯到下一个要 $450 \div 15 = 30$ (秒). 则前一个信号灯信号比后一个早30秒. 返回时，信号灯顺序反了过来，前一个比后一个晚30秒，而信号为75秒一个循环，可看作前一个比后一个早45秒，速度即为 $450 \div 45 = 10$ 米/秒=36千米/时.

6. 有11名外语翻译人员，其中6名是英语翻译员，5名是日语翻译员. 从中找出8人，使他们组成两个翻译小组，其中4人翻译英文，另4人翻译日文，这两个小组能同时工作. 问这样的分配名单共可以开出_____张.

【考点】组合法

【答案】75

【解析】从6名英语翻译员中选出4人，有 $C_6^4 = 15$ 种选法，从5名日语翻译员中选出4人，有 $C_5^4 = 5$ 种选择. 根据乘法原理，这样的分配名单共可以开出 $15 \times 5 = 75$ 张.

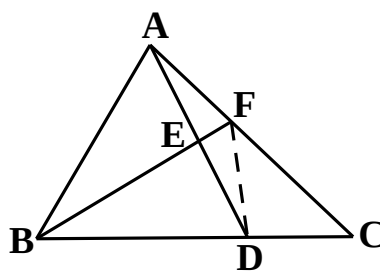
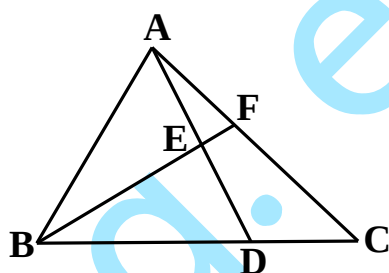
7. 大洋百货经销商销售一批史努比玩具，按获利20%来定价，当售出这批玩具的75%又25件时，除收回成本外，还获得预计利润的一半，问这批玩具共有_____件.

【考点】经济利润问题

【答案】150

【解析】设一件玩具的进价为 m 元，则售价为 $(1+20\%)m$ 元，共有 x 件玩具，预计利润 $20\%mx$
成本: mx ; 售价 $(1+20\%)m$; 出售总价: $(75\%x+25) \times (1+20\%)m = mx + 20\%mx \times \frac{1}{2}$
化简得 $0.2mx = 30m$, 则 $x = 150$ (件)

8. 如图， $\triangle AEF$ 与 $\triangle BED$ 的面积和是 2cm^2 ， $AE = ED$ ， $BD = 2DC$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积是_____ cm^2 .



【考点】等积变化

【答案】5

【解析】如图，连结 DF . 因为 $AE = DE$ ，故 $S_{\triangle AEF} = S_{\triangle DEF}$. 又由已知可得 $S_{\triangle BAF} = S_{\triangle BDF} = S_{\triangle AEF} + S_{\triangle BED} = 2$.

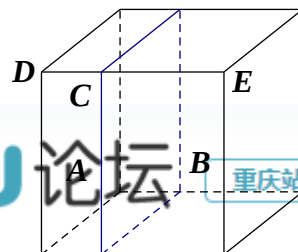
因为 $BD = 2DC$ ，所以 $S_{\triangle CDF} = 1$. 综上可得: $S_{\triangle ABC} = 1 + 2 + 2 = 5(\text{cm}^2)$.

9. 把正方体用一个与它的一面平行的平面切开，分成A、B两个长方体，当A、B的表面积比为1:2时，请用最简单的整数比表示出A和B的体积比_____.

【考点】几何图形体积表面积

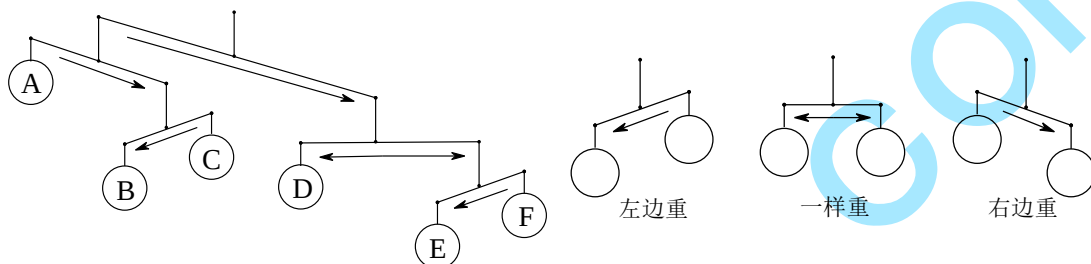
【答案】1:5

【解析】如图，不妨设 DE 的长度为单位“1”， DC 长度为 x ，则A的表面积为



$2+4x$, B 的表面积为 $2+4-4x=6-4x$, 两者之比为 1:2, 所以 $2 \times (2+4x) = 6-4x$, 解得 $x = \frac{1}{6}$, 则 A 体积为 $\frac{1}{6}$, B 的体积为 $\frac{5}{6}$, 则体积比为 1:5。

10. 如图, 绳上面分别吊有重量为 100 克, 200 克, 300 克, 400 克, 500 克, 500 克的小球, 且提拉绳全部在吊棒的中点, 绳和棒的重量忽略不计, 那么 6 个小球共有 _____ 种不同的放法。



【考点】逻辑推理

【答案】5 种

【解析】枚举法: $B > C$, $B + C > A$, $E > F$, $D = E + F$, $D + E + F > A + B + C$ 。

11. 有一个电子钟, 每走 9 分钟亮一次灯, 每到整点响一次铃. 中午 12 点整, 电子钟响铃又亮灯. 问: 下一次既响铃又亮灯是 _____ 点钟.

【考点】最小公倍数

【答案】3

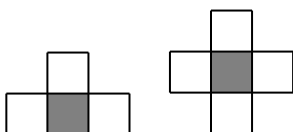
【分析】因为电子钟每到整点响铃, 所以我们只要考虑哪个整点亮灯就行了. 从中午 12 点起, 每 9 分钟亮一次灯, 要过多少个 9 分钟才到整点呢? 由于 1 小时 = 60 分钟, 这个问题换句话说就是: 9 分钟的多少倍是 60 分钟的整数倍呢? 即求 9 分和 60 最小公倍数. 9 和 60 的最小公倍数是 180. 这就是说, 从正午起过 180 分钟, 也就是 3 小时, 电子钟会再次既响铃又亮灯。

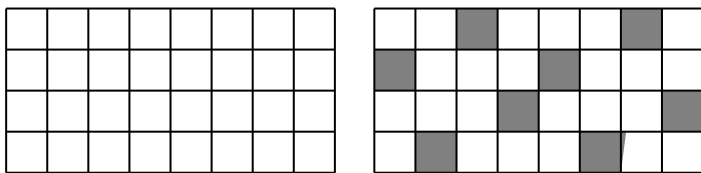
12. 在政党联席会议上, 政客与正直的人一起选出了一个由 32 人组成的主席团, 他们分为 4 排就座, 每排 8 人. 休会时, 主席团的每个成员都声称, 在他的邻座中有正直的人, 也有政客. 现知, 每个政客说的都是假话, 每个正直的人说的都是真话. 试问, 在上述情况下, 主席团最少有 _____ 个政客. (坐在一个人的前、后、左、右位置上的人都算他的邻座)

【考点】智巧趣题

【答案】8

【解析】若使最少, 只用下两图覆盖, 其中十字无法完全覆盖, 最少有 8 个黑格 (图中为一种构造形式)





二、解答题（每小题 15 分，共 60 分）每题都要写出推算过程。

13. 某运动会上，200 米赛跑的跑道如右图，其终点部分及起点部分是直道，因中间绕过半圆形跑道，所以外跑道的起点必须前移，如果跑道每道宽 1.22 米，求外跑道的起点应前移多少？问题是这个半圆的半径没给，你将如何解决？

【考点】圆和扇形面积

【答案】见详解

【解析】假设内跑道的半径为 r 米，则外跑道的半径为 $(r+1.22)$ 米，外跑道运动员会比内跑道的多走 $\frac{1}{2} \times 2\pi \times (r+1.22) - \frac{1}{2} \times 2\pi \times r = 1.22\pi \approx 3.83$ (米)，前移 3.83 米。



14. 牛牛在一张纸条上依次写下 2、3、4、5、6、7 这 6 个数字，形成一个六位数。羊羊把这张纸条撕成了三节。这三节纸条上的数加起来得到的和（如图 2-1，三节纸条上的和为 $23+456+7=486$ ）能被 55 整除。请问：羊羊可能是在什么位置撕断的这张纸条？

【考点】数论综合

【答案】见分析

【解析】根据题意，该数要能被 55 整除，则末位只能为 0 或者 5。又由于无论如何切割，第三张纸条的最后一位都是 7，则前两张纸条的末位和应该为 8 或者 3（不可能），则为 3 与 5 或者 2 与 6，此时 3 张纸条上的数分别是 2、3456、7 或者 23、45、67。求和分别为 3465 与 135。只有 3465 为 11 的倍数。所以羊羊是在 2 与 3 之间以及 6 与 7 之间撕的纸条。

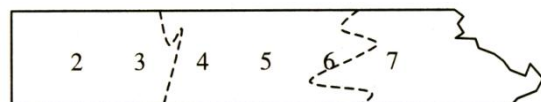


图 2-1

15. 在 490 米长的环形跑道上，甲、乙二人分别位于相距 50 米的 A、B 两点，两人同时相背出发，在 C 点相遇后，乙返回，甲方向不变，且甲的速度提高 $\frac{1}{5}$ ，乙的速度提高 $\frac{1}{4}$ ，当乙回到 B 点时，甲刚好回到 A 点，此后他们保持现在的速度和方向不变继续前行，直到甲追上乙，这时甲共跑了多少米？

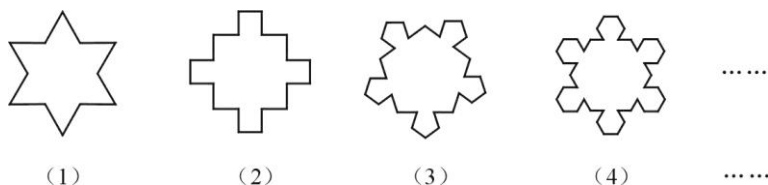
【考点】复杂变速问题

【答案】2602

【解析】乙从出发到回到 B 点，相遇前后走过的距离都是 BC，相遇后速度为之前的 $\frac{5}{4}$ ，则时间为之前的 $\frac{4}{5}$ ，甲相遇后速度为之前的 $\frac{6}{5}$ ，时间为之前的 $\frac{4}{5}$ ，则走过路程为之前 $\frac{24}{25}$ ，甲共走了 490 米，则相遇前走了 250

米，相遇后走了 240 米.甲要追上乙要比乙多走 440 米，而甲每走 240 米比乙多走 50 米，所以甲还要走 $240 \times 440 \div 50 = 2112$ 米，甲共走了 $2112 + 490 = 2602$ 米.

16. 如图，第（1）个多边形由正三角形“扩展”而来，边数记为 a_3 ，第（2）个多边形由正方形“扩展”而来，边数记为 a_4 ，.....依此类推，由正 $n(n \geq 3)$ 边形“扩展”而来的多边形的边数记为 a_n 。



问：（1）求 a_5 的值？

（2）当 $\frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} + \dots + \frac{1}{a_n}$ 的结果是 $\frac{2011}{6042}$ 时， n 的值是多少？

【考点】智巧趣题

【答案】见解析

【解析】（1）观察发现，正三角形是从 3 条边变为 $12 = 3 \times 4$ 条边，正方形是从 4 条边变为 $20 = 4 \times 5$ ，正五边形变为 $30 = 5 \times 6$ ，那么 $a_n = n(n+1)$ ($n \geq 3$)，所以 $a_5 = 5 \times 6 = 30$ ；

（2） $\frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4} + \dots + \frac{1}{a_n} = \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1)} = \frac{1}{3} - \frac{1}{n+1} = \frac{2011}{6042}$ ，解得 $n = 2013$