

“希望杯”全国数学邀请赛模拟考试（第三套）

五年级第 2 试

一、填空题(每题 5 分, 共 60 分)

1、计算: $(1\frac{2}{2013} + 3\frac{2}{671} + 11\frac{2}{183}) \div (1\frac{3}{2013} + 3\frac{3}{671} + 11\frac{3}{183}) =$ _____.

【答案】 $\frac{2015}{2016}$

【考点】分数运算

【分析】原式 $= (\frac{2015}{2013} + \frac{2015}{671} + \frac{2015}{183}) \div (\frac{2016}{2013} + \frac{2016}{671} + \frac{2016}{183})$

$$= 2015 \times (\frac{1}{2013} + \frac{1}{671} + \frac{1}{183}) \div [2016 \times (\frac{1}{2013} + \frac{1}{671} + \frac{1}{183})]$$

$$= 2015 \div 2016 = \frac{2015}{2016}.$$

2、将 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 这十个数字中, 选出六个填在下面方框中, 使算式成立, 一个方框填一个数字, 各个方框数字不相同.

$\square + \square\square = \square\square\square$ 则算式中的三位数最大是_____。

【答案】 105

【考点】数字谜

【分析】 105.

和的前两位是 1 和 0, 两位数的十位是 9, 因此加数的个位最大是 7 和 8.

3、四个数中任取三个相加, 所得的不同的和有 180, 197, 208, 222, 则最大的一个数是_____。

【答案】 89

【考点】方程

【分析】不妨设这四个数为 A, B, C, D, 则有 $A+B+C=180$;

$$A+B+D=197;$$

$$A+C+D=208;$$

$$B+C+D=222;$$

不难发现这四个和之中每个数字出现了 3 次, 所以 $180+197+208+222=3 \times (A+B+C+D)$

即 $807=3 \times (A+B+C+D)$, 所以 $A+B+C+D=269$, 只要这四个数字的和, 减去最小的三个数之和, 所以最大的一个数是 $269-180=89$.

4、阿凡达有一个出了故障的计算器。当打开电源时, 视窗上显示数字 0。如果按下“+”键则它会加上 51; 按下“-”键则它会减去 51; 按下“×”键则它会加上 85; 按下“÷”键则它会减去 85; 而其它的按键则无效。阿凡达打开计算器电源, 任意操作上述按键, 那么他可以得到最接近 2010 的数是_____。

【答案】 2006

【考点】公因数

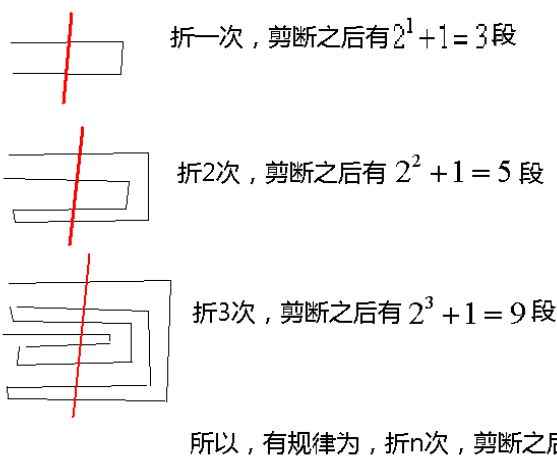
【分析】51 和 85 的最大公因数是 13，因此通过 51 和 85 的加减运算所得的结果一定是 13 的倍数。试除可得最接近的数是 2006。

5、将一根细线对折 10 次，然后拦腰剪断，则这根细线被剪成了_____段。

【答案】1025

【考点】找规律

【分析】



所以折 10 次，然后拦腰剪断，则这根细线被剪成了 $2^{10}+1=1025$ 段。

6、把偶数列 2, 4, 6, 8, 10, ... 按 3 个, 2 个, 3 个, 2 个, ... 的顺序分组如下：

(2, 4, 6), (8, 10), (12, 14, 16), (18, 20), ..., 第 16 组, 17 组两组数的和是_____。

【答案】410

【考点】数列、周期问题

【分析】每两组一起看，五个数中最后一个数是该组组数的 5 倍，因此第十六组是 (78, 80) 第十七组是 (82, 84, 86) 和为 410

7、有三张扑克牌，牌的数字各不相同的整数，并且都小于 10，把三张牌洗好后，分别发给甲、乙、丙三人，每人记下自己牌的数字，再重新洗牌、发牌、记数。这样反复几次后，三人各自记录的数字和分别是 16、17、24。问这三张牌的数字分别是_____。

【答案】5, 6, 8

【考点】智巧问题

【分析】 $16+17+24=57=3\times 19$ 所以三张牌的和为 19，一共发了 3 次牌。经过试算可得三张牌为 5, 6, 8

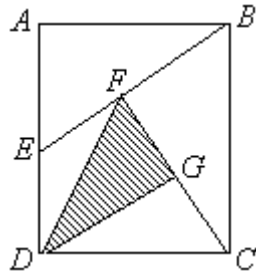
8、试将 8 个数 1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4 排成一行，使两个 1 之间夹着 1 个数，两个 2 之间夹着 2 个数，两个 3 之间夹着 3 个数，两个 4 之间夹着 4 个数，则合乎要求的一种排列结果为_____。

【答案】41312432 或 23421341

【考点】操作题

【分析】略

9、如图, $ABCD$ 是长方形, 其中 $AB=8$, $AE=6$, $ED=3$. 并且 F 是线段 BE 的中点, G 是线段 FC 的中点. 三角形 DFG (阴影部分) 的面积_____.



【答案】12

【考点】直线型面积

【分析】 $S_{\text{梯形}BCDE} = [3 + (3+6)] \times 8 \div 2 = 48$.

$S_{\triangle BDE} = 3 \times 8 \div 2 = 12$ (CD 是它的高).

F 是 BE 中点, $S_{\triangle DEF} = \frac{1}{2} S_{\triangle BDE} = 6$.

$S_{\triangle BFC} = S_{\triangle BEC} \div 2 = (S_{ABCD} \div 2) \div 2$
 $= (6+3) \times 8 \div 2 \div 2 = 18$.

$S_{\triangle DCF} = S_{\text{梯形}BCDE} - S_{\triangle DEF} - S_{\triangle BFC} = 48 - 6 - 18 = 24$.

$S_{\triangle DFG} = S_{\triangle DCF} \div 2 = 12$.

10、现有 300 名俘虏, 编号从 1 到 300。将军下令: “编号能被 2 和 3 整除, 不能被 5 整除的俘虏留下, 其余的通通放掉!”

请问照此方法, 能剩下_____人。

【答案】40

【考点】公倍数; 容斥原理

【分析】能被 2 和 3 整除的 $300 \div [2, 3] = 50$ 个数中 5 的倍数有 $300 \div [5, 6] = 10$ 个, 能被留下的有 $50 - 10 = 40$ 个。

11、星期天, 妈妈从超市买了 4 支小梦龙和 3 支可爱多冰淇淋, 用去 24 元钱。妈妈对小丽说: “上星期天我买了 3 支小梦龙和 5 支可爱多冰淇淋用去 29 元钱, 你算一算, 小梦龙每支_____元, 可爱多冰淇淋每支_____元。”

【答案】3 元、4 元

【考点】应用题、比较法

【分析】等量代换。

因为 4 支小梦龙 + 3 支可爱多冰淇淋 = 24 元;

所以 12 支小梦龙 + 9 支可爱多冰淇淋 = 72 元;

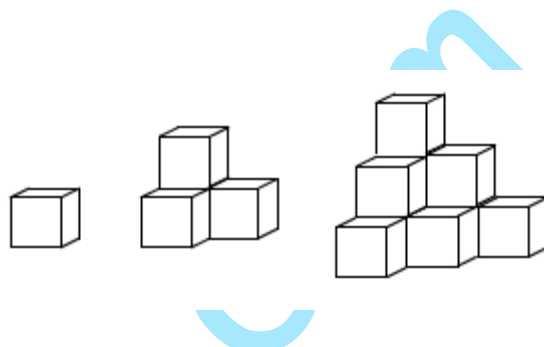
因为因为 3 支小梦龙+5 支可爱多冰淇淋=29 元；

所以 12 支小梦龙+20 支可爱多冰淇淋=116 元；

所以可爱多冰淇淋每支 $(116 - 72) \div (20 - 9) = 4$ 元；

所以小梦龙每支 $(24 - 4 \times 3) \div 4 = 3$ 或 $(29 - 4 \times 5) \div 3 = 3$ 元。

12、边长为 1 厘米的正方体，如图这样层层重叠放置，那么当重叠到第 5 层时，这个立体图形的表面积是 _____ 平方厘米。



【答案】660

【考点】立体图形表面积

【分析】 $6 \times 10 \times 10 + 2 \times 5 \times 6 = 660$

二、解答题（每小题 15 分，共 60 分）每题都要写出推算过程

13、某商场举行优惠促销活动，采用“满100送20，并连环赠送”的酬宾方式，即顾客每消费满100元（100元既可以是现金，也可以是奖券或者二者合计）就送20元奖券，满200元就送40元奖券，依此类推。小明的爸爸到商场购物时恰好遇到好朋友在选购电视机。小明爸爸充分利用商场的促销活动，在朋友的帮助下，花14000元最多能买回多少元的物品？

【答案】17500 元

【考点】应用题、智巧问题

【分析】此题特意说明可以在朋友的帮助下，因此可以先借来一些奖券，然后再还回去即可。

（方法一）列表分析：

现金 + 奖券	购买物品	换得的奖券
14000 + 0	14000	2800
0 + 2800	2800	560
0 + 560	500	100 + 60
0 + (160 + 40)（向朋友借 40）	200	40（还给朋友 40）

所以最多能买回 $14000 + 2800 + 500 + 200 = 17500$ 元的物品。

（方法二）等量代换：因为 100 元现金 = 100 元物品 + 20 元奖券；奖券可以同等于现金；

所以 80 元现金或奖券 = 100 元物品；所以最多能买回 $14000 \div 80 \times 100 = 17500$ 元的物品。

14、有 8 个盒子，各盒内分别装有奶糖 9，17，24，28，30，31，33，44 块。甲先取走了一盒，其余各盒被乙、丙、丁三人所取走。已知乙、丙取走的糖的块数相同且为丁的 2 倍。问：甲取走的一盒中有多少块

奶糖?

【答案】31

【考点】简单数论

【分析】乙, 丙和丁的和应该是丁的 5 倍, 所以这个和是 5 的倍数, 已知总和除以 5 的余数应该同甲除以 5 的余数相同, 总和为 216, 除以 5 余 1, 只有 31 除以 5 余 1, 所以甲为 31

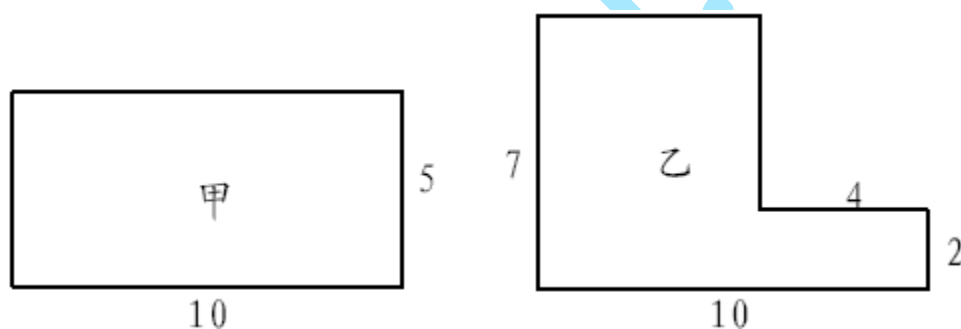
15、快车与慢车分别从甲、乙两地同时开出, 相向而行, 经过 5 小时相遇。已知慢车从乙地到甲地用 12.5 小时, 慢车到甲地停留半小时后返回, 快车到乙地停留 1 小时后返回, 那么两车从第一次相遇到第二次相遇共需多少小时?

【答案】10 小时 48 分。

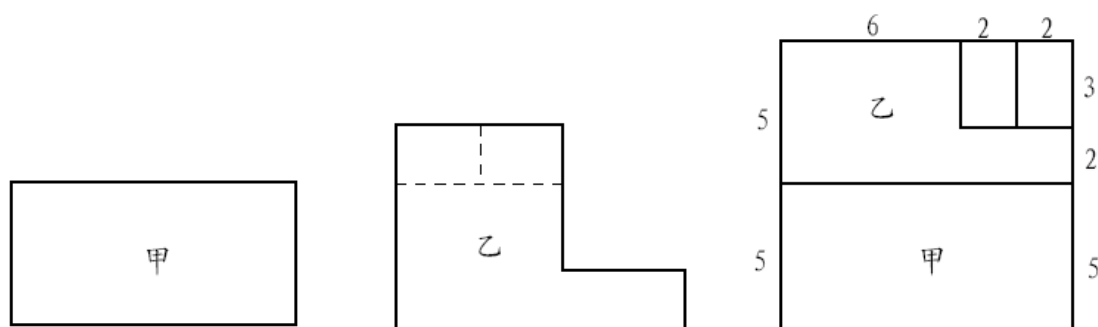
【考点】行程

【分析】快车 5 小时走的路程慢车需要 $12.5 - 5 = 7.5$ (小时), 因此, 快车与慢车的速度比为 $7.5:5 = 3:2$ 。两车第一次相遇时两车共行一个单程, 第二次相遇时共行三个程如果两车都不停留, 则从第一次相遇到第二次相遇要 10 小时, 现在慢车停留 30 分钟, 快车停 60 分钟, 因此, 第一次相遇后经过 10 小时 30 分, 两车的距离需快车走 30 分钟, 而这段距离两车共行需要 $30 \times \frac{3}{3+2} = 18$ (分)。所以从第一次相遇到第二次相遇共需要 10 小时 48 分。

16、如图, 把两个图形中的某一个分成三块, 使它们合起来能拼成一个正方形。



【答案】



【考点】图形剪拼

【分析】甲的面积是 $10 \times 5 = 50$, 乙的面积是 $2 \times 10 + (10 - 4) \times (7 - 2) = 50$, 所以甲与乙的面积和为 $50 + 50 = 100$, 所以拼成的正方形的边长应该为 10, 剪拼方法如下图 (方法不唯一)。