

“希望杯”全国数学邀请赛模拟考试

五年级第 2 试

一、填空题(每题 5 分, 共 60 分)

1、计算: $20.5 \times 43 \div 41 \div 5 \frac{3}{8} = \underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】4

【考点】分数小数混合运算

【分析】

$$\begin{aligned} \text{原式} &= \frac{41}{2} \times 43 \times \frac{1}{41} \times \frac{8}{43} \\ &= 4 \end{aligned}$$

2、如果将数字 8 放在一个两位数的两个数字之间边, 所得的三位数是原来的两位数的 11 倍, 那么原来的两位数最小是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

【答案】17

【考点】位值原理

【分析】设这个两位数为 $\overline{ab}$, 由题意知: $\overline{a8b} = 11\overline{ab}$, 根据位值原则, 可知: $110a+11b=100a+80+b$, (a, b 是个位数), $10a+10b=80$, $a+b=8$ 易知 $a=1, b=7$ 时两位数最小. 则此两位数为 17.

3、 $\underbrace{99 \cdots 9}_{2013\text{个}9} \times \underbrace{99 \cdots 9}_{2013\text{个}9} + \underbrace{199 \cdots 9}_{2013\text{个}9}$ 的得数末尾有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 个连续的零。

【答案】4026

【考点】找规律

【分析】从简单情况入手:

$$9 \times 9 + 19 = 81 + 19 = 100 \quad \text{末尾连续 2 个 0};$$

$$99 \times 99 + 199 = 9801 + 199 = 10000 \quad \text{末尾连续 4 个 0};$$

$$999 \times 999 + 1999 = 998001 + 1999 = 1000000 \quad \text{末尾连续 6 个 0};$$

.....

可知, 当 9 增加到 2013 时, 0 增加为 4026 个。

4、小明玩一副扑克牌, 把大王放在最上面, 然后每次把最上面的 15 张牌 (不改变这 15 张之间的顺序) 放到整副牌的最下面, 经过 $\underline{\hspace{2cm}}$ 次 (填大于零的自然数), 大王这张牌第一次重新回到最上面一张的位置。

【答案】18

【考点】公倍数

【分析】要使大王重回第一张的位置, 移动的牌的总数一定是 54 的倍数, 每次移动 15 张牌, 则移动的牌数为 15 的倍数, $[54, 15]=270$, 即大王第一次回到第一张的位置时一共移动了 270 张牌, 共操作了 18 次。

5、明明告诉欣欣有三个正整数的乘积为 36，明明同时还告诉欣欣这三个数的和，但欣欣还是无法准确知道这三个数分别是什么。则这三个正整数之和为_____。

【答案】13

【考点】分解质因数，逻辑推理

【分析】欣欣不能确定，说明这个和可以拆分成多组 36 的三个因数。分解质因数 $36=2\times 2\times 3\times 3$ ，因数分组情况有

$$36=4\times 3\times 3=2\times 2\times 9=1\times 6\times 6=2\times 3\times 6=1\times 1\times 36=1\times 4\times 9,$$

其中和相同的只有 $13=1+6+6=2+2+9$ 。

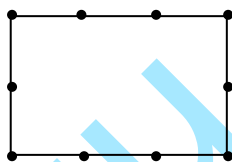
6、2013 年 3 月 17 日是星期日，再过十年的 3 月 17 日是星期_____。

【答案】五

【考点】周期问题

【分析】在这十年中有 2 个闰年，所以这 10 年的总天数是 $365\times 10+2$ ，365 被 7 除余 1，所以总天数被 7 除的余数是 $(12-7)=5$ ，因此 10 年后的 3 月 17 日是星期五。

7、下图长方形的边每隔 1 米有一个点，共 10 个点，以这些点为顶点的三角形中，面积为 3 平方米的有_____个。

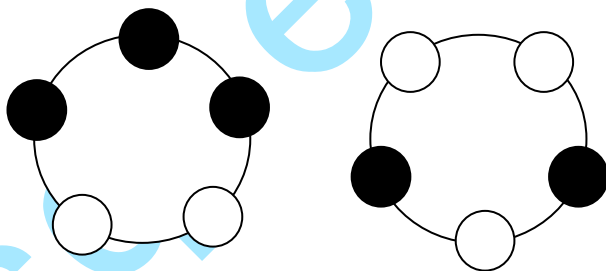


【答案】10

【考点】计数

【分析】以长方形的长为底的三角形有 $2\times 4=8$ 个，以长方形的宽为底的三角形有 2 个，共有 $8+2=10$ 个。

8、下图中有 5 个围棋子围成一圈。现在将同色的两子之间放入一个白子，在异色的两子之间放入一个黑子，然后将原来的 5 个拿掉，经过若干次操作，剩下新放入的 5 个子中最多能有_____个黑子。



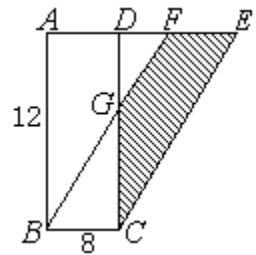
【答案】4 个

【考点】操作

【分析】

因为 5 个子不可能黑白相间，所以永远不会得到 5 个全是黑子。

9、如图，长方形 $ABCD$ 中， $AB=12$ 厘米， $BC=8$ 厘米，平行四边形 $BCEF$ 的一边 BF 交 CD 于 G ，若梯形 $CEFG$ 的面积为 64 平方厘米，则 DG 长为_____。



【答案】4 厘米

【考点】直线型面积

【分析】

因为长方形 $ABCD$ 与平行四边形 $BCEF$ 同底等高, 故它们的面积相等. 从而梯形 $ADGB$ 的面积与梯形 $GFEC$ 的面积相等为 64 平方厘米, 于是它的上底 $DG = 64 \times 2 \div 8 - 12 = 4$ (厘米).

10、对 120 种食物是否含有维生素甲、乙、丙进行调查, 结果是: 含甲的 62 种, 含乙的 90 种, 含丙的 68 种; 含甲、乙的 48 种, 含甲、丙的 36 种, 含乙、丙的 50 种; 含甲、乙、丙的 25 种. 问

(1) 仅含维生素甲的有_____种;

(2) 不含甲、乙、丙三种维生素的有_____种。

【答案】(1) 3; (2) 9.

【考点】容斥原理

【分析】

(1) 含甲和丙, 而不含有乙的有 $36 - 25 = 11$ (种), 只含有甲的有 $62 - 48 - 11 = 3$ (种).

(2) 由容斥原理知, 至少含甲、乙、丙一种的有 $62 + 90 + 68 - 48 - 36 - 50 + 25 = 111$ (种).

故不含甲、乙、丙三种的有 $120 - 111 = 9$ (种).

11、一份稿件, 甲单独打字需 6 小时完成, 乙单独打字需 10 小时完成. 现在甲单独打若干小时后, 因有事由乙接着打完, 两人共用了 8 小时, 那么其中甲打字用了_____小时。

【答案】3

【考点】应用题、鸡兔同笼

【分析】假设稿件的工作是 60 份, 则甲的工作效率为 10 份/小时, 乙的工作效率为 6 份/小时, 由假设法得 $(60 - 8 \times 6) \div (10 - 6) = 3$ 小时。

12、在底面边长为 60 厘米的正方形的一个长方体的容器里, 直立着一个长 1 米, 底面为正方形, 边长 15 厘米的四棱柱铁棍. 这时容器里的水半米深, 现在把铁棍轻轻地向正上方提起 24 厘米, 露出水面的四棱柱铁棍浸湿部分长_____厘米。

【答案】24.4

【考点】立体图形

【分析】水的体积为 $(60^2 - 15^2) \times 50 = 168750$ 立方厘米. 当将铁棍提起后, 铁棍下方水的体积为

$60^2 \times 24 = 86400$ (立方厘米), 所以浸湿部分长为

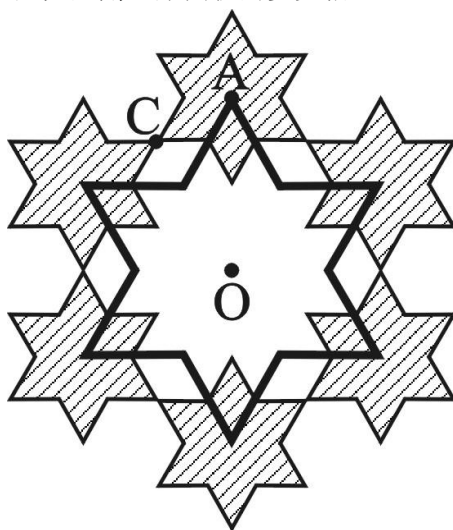
$$(168750 - 86400) \div (60^2 - 15^2) = 24.4 \text{ (厘米)}.$$

二、解答题（每小题 15 分，共 60 分）每题都要写出推算过程

13、如图，一个大的六角星形（粗实线）的顶点是周围六个全等的阴影小六角星形的中心，相邻的两个小六角星形各有一个公共顶点。若小六角星形的顶点 C 到中心 A 的距离为 10，

求：

- (1) 大六角星形的顶点 A 到其中心 O 的距离；
- (2) 六个小六角星形的面积之和是大六角星形面积的多少倍？



【答案】(1) 20；(2) 1.5 倍

【考点】平面图形

【分析】可把六边形等分成相等的正三角形。

14、一个学雷锋小组的大学生们每天到餐馆打工半小时，每天可挣 3 元钱。到 11 月 11 日，他们一共挣了 1764 元。这个小组计划到 12 月 9 日这天挣足 3000 元，捐给“希望工程”。因此小组必须在几天后增加一个人。问：增加的这个人应该从 11 月几日起每天到餐馆打工，才能到 12 月 9 日恰好挣足 3000 元钱？

【答案】20 日

【考点】应用题

【分析】

从 11 月 12 日至 12 月 9 日共有 $(30-11)+9=28$ (天)，其间原来小组中每人可挣 $3 \times 28=84$ (元)。

$$(3000-1764) \div (3 \times 28)$$

$$=1236 \div 84$$

$$=14(\text{人}) \cdots \cdots \text{余 } 60 \text{ 元.}$$

这样，可知原来小组中共有 14 人，增加的那个人要挣 60 元。

$$60 \div 3=20(\text{天}).$$

因此，增加的这个人应该从 11 月 20 日起去打工。

15、有甲、乙、丙三辆汽车各以一定的速度从 A 地开往 B 地，乙比丙晚出发 10 分钟，出发后 40 分钟追上丙；甲比乙又晚出发 20 分钟，出发后 1 小时 40 分追上丙。那么：

- 1) 甲乙两人的速度比是几比几？
- 2) 甲出发后需用多少分钟才能追上乙？

【答案】26:25，500

【考点】行程

【分析】

由已知, 乙 40 分钟的路程与丙 50 分钟路程相等. 故乙速: 丙速=50:40=25:20; 又甲 100 分钟路程与丙 130 分钟路程相等. 故甲速: 丙速=130:100=26:20. 从而甲速: 乙速: 丙速=26:25:20.

设甲乙丙的速度每分钟行 26, 25, 20 个长度单位. 则乙先出发 20 分钟, 即乙在甲前 $20 \times 25 = 500$ 个长度单位. 从而甲追上乙要 $500 \div (26 - 25) = 500$ (分钟).

16、阅读下列文字并答题。

已知:

算式 $99 \times 87 = (100 - 1) \times 87 = 8700 - 87 = 8613$, 所得结果的数字和为 $8 + 6 + 1 + 3 = 18$;

算式 $999 \times 871 = (1000 - 1) \times 871 = 871000 - 871 = 870129$, 乘积的数字和为 $8 + 7 + 0 + 1 + 2 + 9 = 27$;

- (1) 请计算 9999×1234 所得结果的数字和。
- (2) 试说明若干个数字“9”组成的多位数 A 与相同位数的多位数 B 乘积的数字和与数字“9”的个数关系。

- (3) 用你得到的结论计算 $\underbrace{666 \cdots 6}_{333 \text{ 个 } 6} \times \underbrace{333 \cdots 3}_{333 \text{ 个 } 3}$ 的乘积的数字和。

【答案】36; 数字“9”的个数乘以 9; 2997

【考点】归纳与猜想

【分析】

$$1) 9999 \times 1234 = (10000 - 1) \times 1234 = 12340000 - 1234 = 12338766$$

$$1 + 2 + 3 + 3 + 8 + 7 + 6 + 6 = 4 \times 9 = 36;$$

2) 数字“9”的个数乘以 9

$$3) \underbrace{666 \cdots 6}_{333 \text{ 个 } 6} \times \underbrace{333 \cdots 3}_{333 \text{ 个 } 3} = \underbrace{222 \cdots 2}_{333 \text{ 个 } 2} \times \underbrace{999 \cdots 9}_{333 \text{ 个 } 9}$$

由上述结论: 数字和为 $333 \times 9 = 2997$ 。