

## “希望杯”全国数学邀请赛模拟考试（第一套）

## 五年级第 2 试

## 一、填空题(每题 5 分, 共 60 分)

1、计算:  $999 \div 8 \times 10 \div 3 \times 100 \div 125 =$ \_\_\_\_\_.

【答案】333

【考点】乘除混合运算

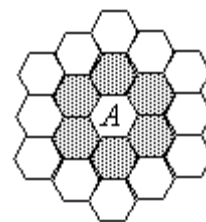
【分析】 $999 \div 8 \times 10 \div 3 \times 100 \div 125$ 

$$\begin{aligned}
 \text{原式} &= 999 \div 3 \times 10 \times 100 \div 8 \div 125 \\
 &= (999 \div 3) \times (10 \times 100) \div (8 \times 125) \\
 &= 333 \times 1000 \div 1000 \\
 &= 333
 \end{aligned}$$

2、 $\overline{abc}$  比  $\overline{cba}$  小 99,  $a$ 、 $b$ 、 $c$  各不相同, 则  $\overline{cba}$  最大是\_\_\_\_\_.

【答案】978

【考点】位值原理

【分析】由题意知:  $\overline{cba} - \overline{abc} = 99$ , 根据位值原则, 可知:  $99c - 99a = 99$ , ( $a, b$  是个位数),  $c - a = 1$ ,易知  $a=8, c=9$  时最大. 此时  $b$  最大取 7, 三位数  $\overline{cba}$  最大为 978.3、如图所示, 在正六边形  $A$  周围画出 6 个同样的正六边形(阴影部分), 围成第 1 圈; 在第 1 圈外面再画出 12 个同样的正六边形, 围成第 2 圈; ..... 按这个方法继续画下去, 当画完第 9 圈时, 图中共有\_\_\_\_\_个与  $A$  相同的正六边形.

【答案】271

【考点】计数

【分析】观察图形, 第  $n$  几圈有  $6n$  个正六边形, 所以共有  $1 + 6 \times (1 + 2 + \dots + 9) = 271$  (个).

4、下面是按规律列的三角形数阵:

```

      1
    1  1
  1  2  1
1  3  3  1
1  4  6  4  1
1  5 10 10 5 1
.....

```

那么第 1999 行中左起第三个数是\_\_\_\_\_.

**【答案】**1995003

**【考点】**数表

**【分析】**1995003

第三行左起第三个数是  $1=1$ ;

第四行左起第三个数是  $3=1+2$ ;

第五行左起第三个数是  $6=1+2+3$ ;

第六边左起第三个数是  $10=1+2+3+4$ ;

.....

归纳可知,第 1999 行左起第三个数是  $1+2+3+\dots+1997=\frac{1997 \times 1998}{2}=1995003$ .

5、如果两个数之和是 64,两数的积可以整除 4875,那么这两数之差是\_\_\_\_\_.

**【答案】**59

**【考点】**分解质因数

**【分析】**先把 1992 分解质因数,再根据两个数的和是 107 进行组合

$$1992=2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 83$$

$$=24 \times 83$$

$$24+83=107$$

所以,这两个数分别是 83 和 24.差为  $83-24=59$ .

6、 $\underbrace{8888 \dots 88}_{100\text{个}8}888 \div 7$ , 当商是整数时, 余数是\_\_\_\_\_.

**【答案】**9

**【考点】**周期问题

**【分析】**

$$\begin{array}{r}
 1 \ 2 \ 6 \ 9 \ 8 \ 4 \ \dots \\
 7 \overline{) 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ 8 \ \dots 8} \\
 \underline{7 \phantom{000000}} \\
 1 \ 8 \\
 \underline{1 \ 4} \\
 4 \ 8 \\
 \underline{4 \ 2} \\
 6 \ 8 \\
 \underline{6 \ 3} \\
 5 \ 8 \\
 \underline{5 \ 6} \\
 2 \ 8 \\
 \underline{2 \ 8} \\
 0
 \end{array}$$

从竖式中可以看出,被除数除以 7,每次除得的余数以 1、4、6、5、2、0 不断重复出现。我们可以用 100 除以 6,观察余数就知道所求问题了。

$$100 \div 6 = 16 \dots 4$$

余数是 4 说明当商是整数时,余数是 1、4、6、5、2、0 中的第 4 个数,即 5。

7、一项工程,甲、乙两队合作 20 天完成,乙丙两队合作 60 天完成,丙丁两队合作 30 完成,甲丁合作\_\_\_\_\_天完成。

【答案】15

【考点】工程问题

【分析】

设工作总量为单位“1”则有甲丁合作所需时间为  $1 \div \left( \frac{1}{20} + \frac{1}{30} - \frac{1}{60} \right) = 15$  (天)。

8、尼尔斯在骑鹅旅行时来到一个小岛上,这里不论是谁,每星期都有几天说真话,有几天则说假话。

有一天,尼尔斯遇到狐狸和狼,狐狸说:“每星期一、二、三是我说谎的日子。”而狼说:“每星期四、五、六是我说谎的日子,刚才狐狸说的不是真话!”

三天后,尼尔斯又遇到它们,他已经知道这天狐狸说的是真话,这天狼说的是\_\_\_\_\_话。

【答案】真

【考点】逻辑推理

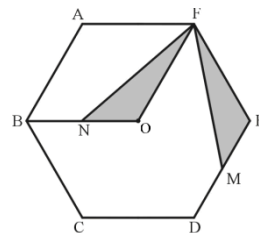
【分析】若尼尔斯再次遇到狐狸时是星期四,这天狐狸说的是真话.因此狐狸每星期一、二、三说谎,那么尼尔斯初次遇到狐狸时,狐狸说的是真话,但那天是星期一,狐狸应该说谎话,产生矛盾.故尼尔斯再次遇到狐狸时不是星期四,同样也不应是星期五,星期六。

若尼尔斯再次遇到狐狸时是星期日,这天狐狸说的是真话,三天前是星期四,狐狸说的也应是真话.因此狼说的应该是谎话,但狼说它自己每星期四说谎却成了真话,这不可能.故尼尔斯再次遇到狐狸不是星期日,同样可说明这天也不是星期一和星期二。

因此,尼尔斯再次遇到狐狸时必定是星期三,狐狸说的是真话,初次遇到狐狸是星期日,狐狸说的是谎话,当时狼说的是真话,即狼每星期四、五、六说谎。

故第三天后(星期三),狼说的是真话。

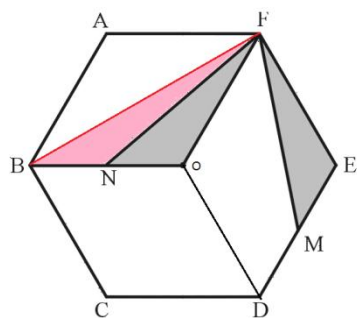
9、已知 ABCDEF 是正六边形, O 为其中心。点 M 与点 N 分别为线段 DE 与线段 OB 的中点。已知  $\triangle FNO$  与  $\triangle FME$  的面积总和为 3 平方厘米, 请问此正六边形的面积为\_\_\_\_\_平方厘米。



【答案】18

【考点】直线型面积

【分析】易知  $\triangle FBN$  的面积与  $\triangle FME$  相同, 六边形等分成三个平行四边形, 而  $\triangle FBO$  面积为 3, 恰好是平行四边形 ABOF 的一半, 因此六边形的面积为  $3 \times 6 = 18$  平方厘米。



10、从学校到少年宫的这段公路上，一共有 37 根电线杆，原来每两根电线杆之间相距 50 米，现在要改成每两根之间相距 60 米，除两端两根不需移动外，中途还有\_\_\_\_\_根不必移动。

【答案】5

【考点】公倍数

【分析】从学校到少年宫的这段路长  $50 \times (37-1) = 1800$  米，从路的一端开始，是 50 和 60 的公倍数处的那一根就不必移动。因为 50 和 60 的最小公倍数是 300，所以，从第一根开始，每隔 300 米就有一根不必移动。 $1800 \div 300 = 6$ ，就是 6 根不必移动。去掉最后一根，中途共有 5 根不必移动。

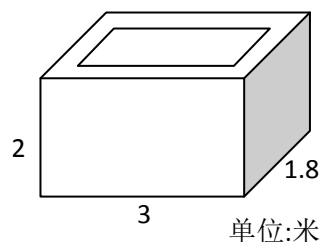
11、甲、乙二人投飞镖比赛，规定每中一次记 10 分，脱靶一次倒扣 6 分。两人各投 10 次，共得 152 分。其中甲比乙多得 16 分，甲投中\_\_\_\_\_次。

【答案】9

【考点】应用题、鸡兔同笼

【分析】我们可以先算出每人各得多少分。甲得  $(152+16) \div 2 = 84$  分，则乙得  $152-84=68$  分。甲投 10 次，假设 10 次都投中就该得  $10 \times 10 = 100$  分，而事实只得了 84 分，少得  $100-84=16$  分，因为脱靶一次不仅得不到 10 分还要倒扣 6 分。因此甲共脱靶  $16 \div (10+6) = 1$  次，甲中了  $10-1=9$  次。

12、如图,在一块平坦的水泥地上,用砖和水泥砌成一个长方体的水泥池,墙厚为 10 厘米(底面利用原有的水泥地).这个水泥池所用的砖和水泥的总体积是\_\_\_\_\_.



【答案】1.84

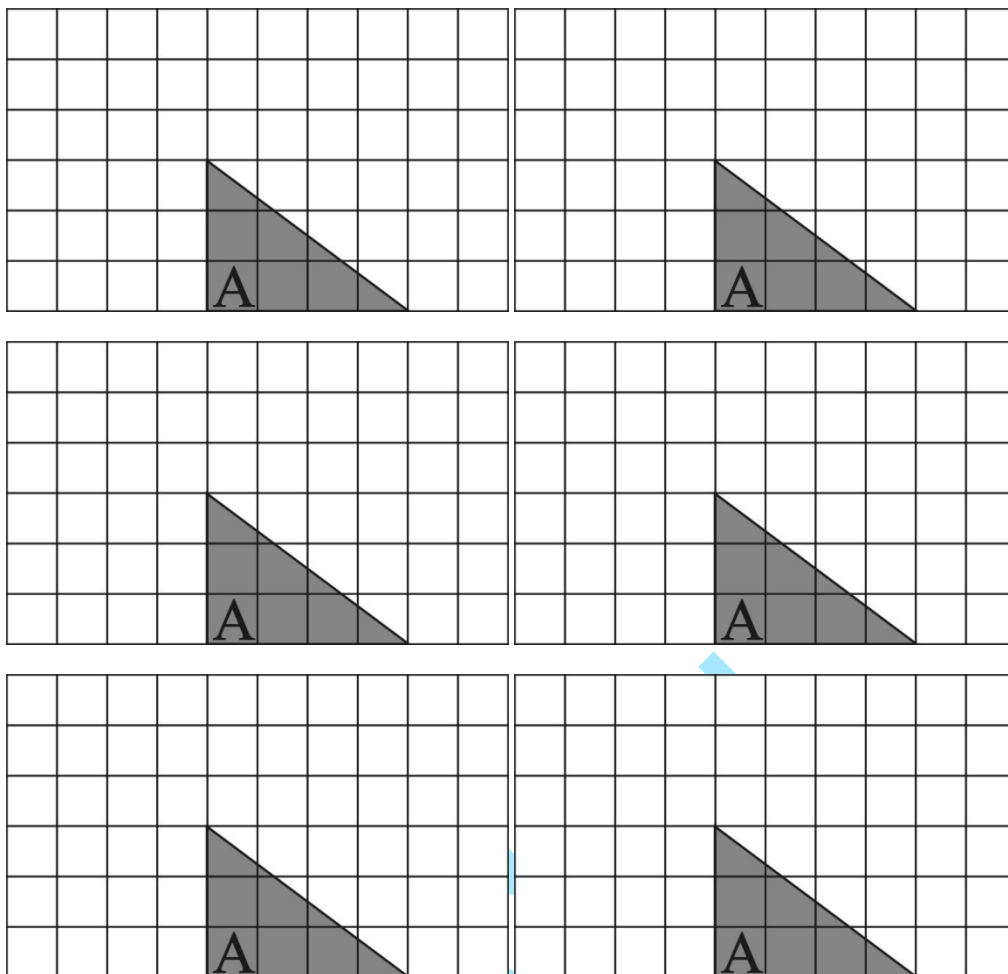
【考点】立体图形体积

【分析】 $3 \times 2 \times 1.8 - (3-0.1 \times 2) \times (1.8-0.1 \times 2) \times 2 = 1.84$  (立方米).

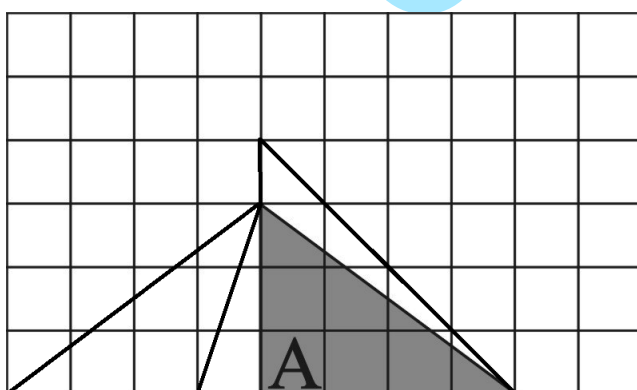
二、解答题（每小题 15 分，共 60 分）每题都要写出推算过程

13、如图，在正方形网格中画有一个不等腰的直角三角形 A。若再画上一个三角形 B，使 A 和 B 所拼成的图形是等腰三角形，但要求三角形 B 与三角形 A 除了有一条公共边重合外，没有其他的公共点，请画

出合适的三角形 B，并思考符合条件的三角形 B 有多少个？（三角形 B 的顶点要在格点上，且在已知的方阵内画图）



【答案】共 3 个



【考点】探索题

【分析】分别以三角形的三条边为腰尝试即可。

14、小红家粉刷房间，雇用了 5 个工人，用了 10 天完成；用了某种涂料 150 升，费用为 4800 元；粉刷的面积是 150 平方米。最后结算工钱时，有以下几种方案：

方案一：按工算，每个工 30 元（一个工人做一天算一个工）；

方案二：按涂料费用算，涂料费用的 30% 作为工钱；

方案三：按粉刷面积算，每平方米 12 元。

请你帮小红家出主意，选择哪种方案付钱最合算（最省钱），得付多少钱？

【答案】方案二，1440 元

【考点】应用题

【分析】

按方案一付钱，则共需  $5 \times 10 \times 30 = 1500$ （元）

按方案二付钱，则共需  $4800 \times 30\% = 1440$ （元）

按方案三付钱，则共需  $150 \times 12 = 1800$ （元）

比较可知，选择方案二付钱最合算。

答：按涂料费算最合算需付 1440 元。

15、有甲、乙、丙三人同时同地出发，绕一个花圃行走，乙、丙二人同方向行走，甲与乙、丙相背而行。甲每分钟走 40 米，乙每分钟走 38 米，丙每分钟走 36 米。出发后，甲和乙相遇后 3 分钟和丙相遇。这花圃的周长是多少米？

【答案】8892

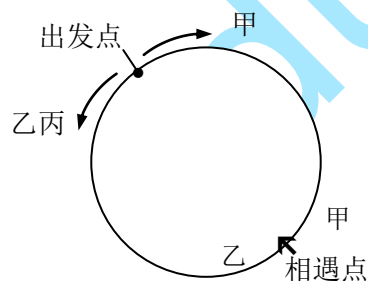
【考点】行程

【分析】

8892

依题意作下图。

由已知可知，甲先与乙相遇，后与丙相遇。当甲与乙相遇时，他们三人所在位置情况如下图所示：



由图示可知乙、丙在同一时间（甲、乙相遇时间）里，所行路程之差等于甲、丙在 3 分钟内相向行程的路程之和。

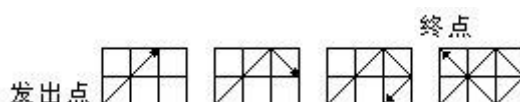
$$(40+36) \times 3 = 76 \times 3 = 228 \text{ (米)}$$

这样，根据乙、丙在同一时间（甲、乙相遇时间）是所行路程之差与它们单位时间内速度之差，求出甲、乙相遇时间。

$$228 \div (38-36) = 228 \div 2 = 114 \text{ (分钟)}$$

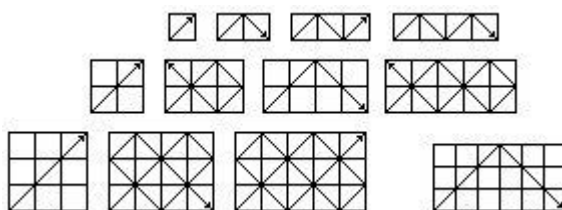
$$\text{所以，花圃的周长为 } (40+38) \times 114 = 78 \times 114 = 8892 \text{ (米)}$$

16、从长方形左下方的顶点发出一道光束，光线按  $45^\circ$  角前进，碰到正方形的边即呈  $45^\circ$  角折射，最后从长方形顶点射出（如下图）。



这样，光线从发出点到终点共通过 6 个小方格。

(1) 调查光线通过的小正方形个数与长边、宽边上小正方形个数的关系。



|             |  |  |  |  |  |  |  |  |  |       |
|-------------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|-------|
| 长边上小正方形个数   |  |  |  |  |  |  |  |  |  | ..... |
| 宽边上小正方形个数   |  |  |  |  |  |  |  |  |  | ..... |
| 光线通过的小正方形个数 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | ..... |

光线通过的正方形个数与长边、宽边上的正方形个数有什么关系？

(2) 用你发现的规律计算下面各题。

| 长边上<br>正方形个数 | 宽边上<br>正方形个数 | 光线通过的<br>正方形个数 |
|--------------|--------------|----------------|
| 5            | 5            | ( )            |
| 8            | 6            | ( )            |
| 7            | 9            | ( )            |
| 18           | 16           | ( )            |
| 51           | 34           | ( )            |

【答案】

1) 光线通过正方形个数是长边和宽边上正方形的最小公倍数。

2) 5, 24, 63, 72, 102

【考点】归纳与猜想

【分析】光线通过正方形个数是长边和宽边上正方形的最小公倍数。